

7. cvičení - Langrangeovy multiplikátory

👁 = příklady, co byste fakt fakt měli udělat, prosím prosím

Příklad 1 (Na procvičení multiplikátorů). Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

- (a) $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.
- (b) $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\}$.
- (c) $f(x, y, z) = xyz$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y + z \geq 0\}$.
- (d) $f(x, y, z) = \sin x \cdot \sin y \cdot \sin z$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x + y + z = \frac{\pi}{2}, x > 0, y > 0, z > 0\}$.
- (e) $f(x, y, z) = xy^2z^3$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x + 2y + 3z = a, x > 0, y > 0\}, a > 0$.
- (f) $f(x, y) = x^2 + y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 4y^3 - 4y + x^2 = 0, y \geq 0\}$.

Příklad 2 (Bez vzorového řešení). Nalezněte supremum a infimum funkce f na množině M a určete, zda a případně kde se jich nabývá.

- (a) $f(x, y, z) = xyz$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.
- (b) 👁 $f(x, y, z) = xyz$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\}$.
- (c) $f(x, y) = x + y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^3 + y^3 - 2xy = 0, x \geq 0, y \geq 0\}$.
- (d) $f(x, y) = y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; (x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)\}$.
- (e) $f(x, y) = y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; (x^2 + y^2)^2 = 2(x^2 - y^2)\}$.
- (f) 👁 $f(x, y) = y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; (x^2 + y^2)^2 = axy\}, a > 0$.
- (g) 👁 $f(x, y, z) = 10z + x - y$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x + y \geq 0\}$.
- (h) $f(x, y) = 4x + 3y - 4$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1\}$.
- (i) $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; \frac{1}{x^2} + \frac{4}{y^2} = 1\}$.
- (j) $f(x, y) = x^4y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^4 + y^4 \leq 16, x \geq -1\}$.
- (k) $f(x, y) = 2x + 4y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.
- (l) $f(x, y, z) = xy + yz$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 1\}$.
- (m) $f(x, y) = x^2 - y^2 + \frac{4}{3}x^3$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0\}$.
- (n) 👁 $f(x, y, z) = (x^2 + xy + y^2)e^{-z^2}$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 = 1, |z| \leq 1\}$.
- (o) $f(x, y) = (x^2 + 7y^2)e^{-(2x^2+y^2)}$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + 4y^2 \leq 1\}$.
- (p) $f(x, y, z) = z + e^{xy}$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2\}$.
- (q) $f(x, y, z) = x^2 + 2xz + y^2 + z$ a $M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1, y^2 + z^2 = x\}$.
- (r) $f(x, y) = \arctan x + \arctan y$ a $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.